



MÉTHODES MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES POUR L'ÉTUDE ET LA CONCEPTION D'ÉOLIENNES ET D'HYDROLIENNES À AXE HORIZONTAL

1. CONTEXTE

L'extraction d'énergie éolienne ou hydrolienne occupe une place importante parmi les options possibles pour opérer la transition énergétique. La communauté d'ingénierie mécanique travaillant sur ces questions est très active, dans les collaborations avec des entreprises liées au énergie renouvelables mais aussi au niveau académique, comme l'illustre la construction de démonstrateurs de grande taille [1] qui fournissent des données de choix pour le traitement numérique des modèles. Il est cependant remarquable qu'en dépit d'une utilisation massive et quasi systématique du calcul numérique par les chercheurs et ingénieurs, très peu de mathématiciens et mathématiciennes contribuent aux recherches dans ce domaine. Le sujet de thèse que nous proposons permettra (à son échelle!) de répondre à cette lacune.

Notre sujet porte en effet sur l'étude et la conception de méthodes numériques liées à la simulation et à la conception de turbines éoliennes ou hydroliennes.

Pour concevoir des hélices d'hydroliennes ou d'éoliennes, les ingénieurs disposent de trois classes de méthodes :

- Les méthodes relevant de la *Blade Element Momentum Theory* (BEM) [2]. Cette approche sans équations différentielles ou aux dérivées partielles a été introduite au début du siècle dernier. Elle consiste, après avoir discrétisé la pâle en segments, à appliquer des lois élémentaires de mécanique pour mettre en adéquation un modèle global portant sur l'évolution du fluide au passage de l'hélice et un modèle d'aérodynamique (ou d'hydrodynamique) local, basé sur des données obtenues en soufflerie. Bien que très simplificatrice, cette théorie est toujours utilisée pour obtenir une première estimation du rendement d'un design. Elle a l'avantage d'être très peu coûteuse d'un point de vue computationnel.
- Les méthodes dites *Vortex* [3, 4] reposent quant à elles sur des simplifications de Navier-Stokes. Dans ce cas, les équations sont résolues sont celles associées au transport du rotationnel d'un champ de vitesse. Ces méthodes sont bien adaptées aux écoulements de fluide dont le transport est dominé par l'advection.
- Les méthodes issues de la *Computational Fluid Dynamics* (CFD), s'attaquent au problème complet du couplage entre un modèle fluide de haut niveau, décrits par une équation aux dérivées partielles (EDP) (l'équation de Navier-Stokes en général) et la mécanique de l'hélice en rotation. Cette

approche est très coûteuse et pose de nombreux problèmes, par exemple pour définir un régime permanent.

Le travail porte sur les deux premières classes de méthodes. Dans son volet mathématique, il vise à étudier les modèles existants (caractère bien posé, influence des paramètres,...) et surtout à analyser les méthodes numériques utilisées par les mécaniciens et en proposer des nouvelles. Dans son volet applicatif, il devrait permettre d'apporter des solutions à des problèmes actuels très concrets, tels que l'estimation de ressource ou la conception de fermes par exemple.

2. TRAVAIL ENVISAGÉ

Sans que les méthodes vortex soient *stricto sensu* une extension des méthodes BEM, ces deux approches partagent des concepts communs (même discrétisation des pales, utilisation des "polaires", corrections par prise en compte de la turbulence,...) ce qui justifie de les considérer toutes les deux dans un même travail : un bénéfice important pourra être tiré de la circulation des intuitions entre les deux niveaux de modélisation.

2.1. Méthodes BEM. Deux pistes d'analyse et de développement seront suivies pour améliorer la BEM.

Nous poursuivrons notre étude mathématique du modèle BEM. Dans un travail initial [2], nous avons analysé le modèle BEM et proposé des algorithmes de résolution plus efficaces que l'état de l'art. Il s'agit maintenant de coupler ce modèle avec une modélisation plus réaliste du fluide, ce qui permettra d'attaquer des problèmes concrets d'étude et de conception de parcs éoliens ou hydroliens.

L'autre piste s'attaque à des problèmes de modélisation et d'implémentation. Elle consistera à poursuivre les développements de notre code BEM de manière à prendre en compte la non-uniformité d'écoulements réalistes, par exemple leur cisaillement et la turbulence associée à des structures tourbillonnaires. Cette partie s'inscrit dans la continuité d'un stage de PFE (6 mois) que Jean-François Krawczynski et Philippe Druault encadrent actuellement à l'institut Jean Le Rond d'Alembert.

Modèle d'interaction hélice/écoulement non uniforme. Cette étape consistera à étudier le phénomène d'interaction entre une turbine modélisée par BEM et un écoulement représenté quant à lui par un modèle de Navier-Stokes. Le travail s'inscrit donc dans la thématique de l'interaction fluide-structure qui s'est développée considérablement en mathématiques appliquées ces vingt dernières années.

Nous étudierons donc le modèle EDP résultant du couplage du fluide avec le modèle BEM. Dans ce cadre, la turbine sera représentée par un disque d'épaisseur nulle donnant lieu à des conditions de bord. Ce travail comportera deux aspects, l'un étant la conséquence pratique de l'autre. D'une part, nous travaillerons sur la modélisation EDP et en particulier le choix de conditions de bord permettant à la fois de restituer correctement l'effet de la turbine traitée par BEM et d'avoir un modèle bien posé. D'autre part, nous étudierons les différents algorithmes de point fixe permettant de résoudre de manière pratique le couplage entre BEM et Navier-Stokes (Navier-Stokes fournissant une vitesse d'entrée pour la BEM et la BEM fournissant des conditions de bord pour Navier-Stokes sous forme d'un saut de pression).

Ce travail pourra donner lieu à une collaboration avec Céline Grandmont, spécialiste d'interaction fluide-structure [5]. Outre les codes "jouets" que nous développerons pour les tests, nous disposerons pour la simulation numérique de l'environnement de travail BASILISK, consistant en code CFD développé à l'Institut Jean le Rond d'Alembert par Stéphane Popinet. Avec ce dernier, nous avons déjà co-encadré le stage de M1 de Baptiste Martel, qui visait à simuler une éolienne avec ce code. Le modèle était celui de l'*actuator disk*, issu d'une description plus grossière que la BEM dans laquelle la turbine est assimilée à un disque poreux.

Amélioration des corrections. Les développements récents de l'outil BEM et menés principalement dans le domaine de l'éolien seront successivement adaptés aux hydroliennes et aux écoulements marins complexes (variations de bathymétrie, écoulement cisailé, turbulence, présence de houle, ...). Plus particulièrement, il a été observé que les effets du hub ont un comportement différent sur l'écoulement impactant l'hydrolienne par comparaison aux effets observés sur une éolienne [8]. Il s'agira alors d'adapter la correction usuellement utilisée en BEM et dénotée 'hub-loss' pour prendre en compte la spécificité du hub en hydrolien.

Par ailleurs, la BEM s'applique le plus souvent à un écoulement stationnaire. Afin d'accéder aux fluctuations d'efforts exercés sur les turbines, il est nécessaire de prendre en compte les instationnarités de l'écoulement turbulent. Une voie possible est de générer en entrée du code BEM des données de vitesse synthétiques instationnaires reproduisant les conditions expérimentales in-situ. De nombreuses méthodes existent pour générer une telle turbulence [6, 9]. Différentes données synthétiques possédant des caractéristiques variables (cisaillement, niveau de turbulence, échelle intégrale, ...) seront considérées en entrée du code BEM. Les différents tests permettront alors d'analyser l'effet de la nature de l'écoulement turbulent sur les performances d'une turbine.

2.2. Méthodes Vortex. Ce sujet correspond à la suite du stage de Ghislain Bognon, que Julien Salomon encadre actuellement au Laboratoire J-L. Lions.

Dans cette partie, les questions que nous abordons sont surtout numériques : quelles sont les discrétisations les plus efficaces ? Quelles sont les conditions de convergence de la boucle itérative associée au couplage fluide/pâle ? Comment insérer ce modèle dans une boucle d'optimisation pour maximiser le rendement de l'hélice ?

Étude du modèle. La première partie consistera en l'écriture d'un modèle Vortex continu pour décrire l'interaction. Cette étape préliminaire permettra d'obtenir un premier portrait mathématique rigoureux. Le modèle vortex pour l'interaction turbine/fluide est en effet peu explicité dans la littérature d'ingénierie, qui le décrit souvent sous forme d'algorithme de résolution d'un système discrétisé (aussi bien en temps qu'en espace). Cette situation conduit généralement à masquer les choix qui ont été faits pour la résolution numérique. À l'opposé, les modèles Vortex sont bien documentés du point de vue mathématique, avec par exemple le livre de Cottet et Kamoutskos [3]. La plupart des publications ne traitent cependant pas de leurs applications à la simulation de turbine.

Étude de schémas de résolution. L'interaction turbine/fluide par méthode vortex repose sur une modélisation non-linéaire et nécessite dans la plupart de ses versions une boucle itérative pour sa résolution. La littérature d'ingénierie évoque parfois

des problèmes de convergence. Cette partie visera donc à éclaircir les conditions de convergence de la boucle. On pourra partir d'un modèle simplifié, éventuellement complètement discrétisé pour obtenir de premières intuitions.

Un enjeu important sera l'étude spécifique de deux simplifications arbitraires systématiquement utilisées dans les procédures : d'une part la régularisation de la fonction de Green, qui permet d'éviter la divergence en $1/x$ qui apparaît dans la discrétisation de l'intégrale et d'autre part la longueur de la trainée considérée dans la simulation. Ces deux paramètres sont pour les mécaniciens l'objet de beaucoup d'incertitudes. Leur étude par le biais de l'analyse la convergence du point fixe devrait permettre de mieux comprendre leur influence en pratique.

Ce travail donnera lieu à une collaboration avec l'équipe de Frédéric Blondel à l'IFPEN, qui développe son propre code vortex pour la simulation d'éolienne. Des discussions récurrentes avec Frédéric ont montré l'intérêt des mécaniciens pour une approche mathématique de ces questions.

Mise en œuvre. Cette étape consistera à coder la méthode. Nous n'attendons pas forcément un code haute performance (Python ou Matlab/Octave peuvent être utilisés), le but est avant tout d'obtenir un outil "maison" permettant de mener des expérimentations autonomes et rapides, ainsi que de tester les résultats obtenus dans la section précédente. Les applications concrètes seront effectuées sur le code développé à l'IFPEN.

Optimisation. Enfin, disposant d'un modèle fonctionnel, nous utiliserons le code précédent dans une boucle externe d'optimisation de pale. Cette étape nécessitera une différentiation du code de Ghislain et un travail spécifique avec l'IFPEN pour passer leur code en mode optimisation.

3. APPLICATIONS

Grâce aux collaborations depuis plus de 10 ans entre les membres de l'institut d'Alembert et l'IFREMER (Boulogne-sur-mer) [7, 10, 12], de nombreuses bases de données sur les interactions 'turbulence-hydrolienne' existent et seront utilisées pour valider les nouveaux codes numériques (BEM et ceux basés sur la méthode 'vortex') développés dans cette thèse. Dans le cadre de ces travaux, il pourrait même être envisagé une collaboration avec l'IFREMER pour effectuer des expériences spécifiques en bassin d'essai pour des validations plus ponctuelles des codes numériques.

Dans un premier temps, les différents codes BEM numériques développés seront validés à partir des résultats existants et issues d'expériences menées en bassin d'essai à l'IFREMER (Boulogne-sur-mer) [7]. En effet, de nombreuses mesures d'efforts stationnaires exercés sur une turbine pour différentes vitesses de rotation ont déjà été effectuées pour différents types d'écoulements [7, 10, 11, 12, 8]. Par exemple, les efforts exercés sur les pales d'une hydrolienne ont été obtenus au sein d'écoulements turbulents où des structures tourbillonnaires de grandes échelles interagissaient périodiquement avec les pales de l'hydrolienne. Le code BEM sera alors testé à partir de données synthétiques reproduisant ces conditions expérimentales. Ces données associées à des écoulements turbulents aux propriétés variables et similaires à celles mesurées en bassin d'essai seront ainsi utilisées comme condition d'entrée pour le code BEM. Plus précisément, différents cisaillements de vitesse moyenne associés à des fluctuations turbulentes variables (en termes d'amplitude et de localisation

spatiale) seront successivement considérés en amont de la turbine. De plus, pour chacun de ces cas, l'effet de la vitesse de rotation des pales de la turbine sur les efforts exercés sera étudié. Pour toutes ces configurations d'écoulements, les résultats numériques seront directement comparés aux données d'efforts mesurés et devraient permettre de montrer la robustesse du nouveau code BEM.

Les outils numériques basé sur les méthodes vortex que nous développerons (dans notre version "maison" comme dans le code de l'IFPEN) nous permettrons d'attaquer des problèmes opérationnels. Nous aurons ainsi la possibilité de réaliser la simulation numérique d'écoulements autour de différentes configurations de turbines que ce soit des éoliennes ou des hydroliennes. Les écoulements autour de ces turbines étant variés mais bien documentés, il s'agira alors de tester la validité de cet outil en considérant différentes conditions d'écoulements réalistes. Ils bénéficieront de plus des travaux récents permettant la génération numérique d'un écoulement de couche limite atmosphérique pouvant impacter une éolienne [9]. Celui-ci sera utilisé pour générer (en entrée du code de calcul) des conditions d'écoulement réaliste. De façon similaire, les récents travaux sur la génération de turbulence développée en amont d'une hydrolienne [6] pourront être reproduits voire améliorés. L'effet de la nature des conditions d'entrée sur le développement du sillage turbulent d'une éolienne ou d'une hydrolienne serait alors étudié.

4. COUPLAGE DES MÉTHODES BEM-VORTEX

Les méthodes 'Vortex Particles-Mesh Method' [13] ont récemment utilisé la BEM pour initialiser la vorticité sur le profil des pales des turbines. En s'inspirant de ces travaux, il pourrait être envisagé en fin de thèse un couplage des deux méthodes (BEM, vortex) permettant d'améliorer la méthode vortex développée dans ce projet de thèse, en l'initialisant de façon plus réaliste.

RÉFÉRENCES

- [1] National Renewable Energy Laboratory, *Definition of the IEA 15-Megawatt Offshore Reference Wind*, <https://www.nrel.gov/docs/fy20osti/75698.pdf>.
- [2] J. Ledoux, S. Riffo, J. Salomon, *Analysis of the Blade Element Momentum Theory*, SIAM Journal on Applied Mathematics, 81 (6), 2596-2621 (2021).
- [3] G.-H. Cottet, P. D. Koumoutsakos, *Vortex Methods : Theory and Practice*, Cambridge University Press (2000).
- [4] E. Branlard, *Wind Turbine Aerodynamics and Vorticity-Based Methods*, Springer (2017).
- [5] C. Grandmont, M. Hillairet, *Existence of global strong solutions to a beam-fluid interaction system*, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 220, 1283-1333, (2016).
- [6] M. Togneri, G. Pinon, C. Carlier, C. C. Bex, I. Masters, *Comparison of synthetic turbulence approaches for blade element momentum theory prediction of tidal turbine performance and loads*. Renewable Energy, 145, 408-418 (2020).
- [7] B. Gaurier, M. Ikhennicheu, G. Germain, P. Druault, *Experimental study of bathymetry generated turbulence on tidal turbine behaviour*. Renewable Energy, 156, 1158-1170, (2020).
- [8] P. Druault, J. F. Krawczynski, E.  an, G. Germain, *On the necessity of considering the hub when examining the induction of a horizontal axis tidal turbine*. Renewable Energy, 120107 (2024).
- [9] P. Druault, J.F. Krawczynski, *Numerical investigation of the spatial integration effect on the velocity spectrum : Consequences in the wind or tidal turbine power spectrum*. Computers & Fluids, 250, 105729 (2023).

- [10] M. Ikhennicheu, *Etude expérimentale de la turbulence dans les zones à forts courants et de son impact sur les hydroliennes*. PhD. Thesis. Université de Lille (2019)
- [11] M. Magnier, N. Delette, Ph. Druault, B. Gaurier, G. Germain (2022) *Experimental study of the shear flow effect on tidal turbine blade loading variation*. Renewable Energy Vol. 193 pp. 744-757
- [12] M. Magnier, *Étude expérimentale de l'effet des courants de marée et de la houle sur la dynamique tourbillonnaire d'une variation bathymétrique et sur le comportement d'une hydrolienne*. PhD. Thesis. Université de Lille (2023)
- [13] D. G. Caprace, G. Winckelmans, P. Chatelain. *An immersed lifting and dragging line model for the vortex particle-mesh method*. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 34(1), 21-48 (2020).

CONTACTS

PHILIPPE DRUAULT,
Institut Jean le Rond d'Alembert,
`philippe.druault@sorbonne-universite.fr`

JULIEN SALOMON,
INRIA & Laboratoire J-L. Lions,
`julien.salomon@inria.fr`